



MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS

3ª EVALUACIÓN 8-5-2018

OBSERVACIONES: Desarrolla todo. Empieza después del último enunciado. Cuida la limpieza y claridad. Repasa.

ALUMNO: \_\_\_\_\_ CURSO: 1º \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_

1. [1 punto] Calcula los parámetros de la variable aleatoria extracción con devolución de 2 cartas, y contabilización del nº deoros.

$$P(X=0) = \binom{2}{0} 0,25^0 0,75^2 = 0,5625$$

$$P(X=1) = \binom{2}{1} 0,25^1 0,75^1 = 0,375$$

$$P(X=2) = \binom{2}{2} 0,25^2 0,75^0 = 0,0625$$

$$\mu = \sum X_i P_i = 0 \cdot 0,5625 + 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,0625 = 0,5$$

$$\sigma^2 = \sum X_i^2 P_i - \mu^2 = 0^2 \cdot 0,5625 + 1^2 \cdot 0,375 + 2^2 \cdot 0,0625 - 0,5^2 = 0,375$$

$$\sigma = \sqrt{0,375} = 0,612$$

2. [1 punto] Ajusta a una binomial y comenta la bondad del ajuste.

Xi	0	1	2	3	4
fi	1	3	5	4	2

Xi	fi	hi	xi hi	P(X=xi)
0	1	0,1667	0	$\binom{4}{0} 0,55^0 0,45^4 = 0,041 \rightarrow 1$
1	3	0,2	0,2	$\binom{4}{1} 0,55^1 0,45^3 = 0,200 \rightarrow 3$
2	5	0,3333	0,6667	$\binom{4}{2} 0,55^2 0,45^2 = 0,3675 \rightarrow 6$
3	4	0,2667	0,8001	$\binom{4}{3} 0,55^3 0,45 = 0,2996 \rightarrow 4$
4	2	0,1333	0,5332	$\binom{4}{4} 0,55^4 0,45^0 = 0,092 \rightarrow 1$
	1		2,2	

$\mu = 2,2 = 4p$   
 $p = \frac{2,2}{4} = 0,55$   
 $B(4; 0,55)$   
 Buen ajuste

3. [1 punto] Calcula dos números que suman 10 sabiendo que el producto del doble de uno por el cuadrado del otro es máximo.

$$x + y = 10 \quad x = 10 - y$$

$$F = 2x \cdot y^2 = 2(10 - y)y^2 = 20y^2 - 2y^3$$

$$F' = 40y - 6y^2 = 0$$

$$y(20 - 3y) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} y = 0 \quad x = 10 \\ y = \frac{20}{3} \quad x = 10 - \frac{20}{3} = \frac{10}{3} \end{array} \right\}$$

$$F'' = 40 - 12y$$

$$F''(0) = 40 > 0 \rightarrow \text{Mínimo}$$

$$F''\left(\frac{20}{3}\right) = 40 - 12 \cdot \frac{20}{3} = 40 - 80 = -40 \rightarrow \text{Máximo}$$

4. Calcula a partir de la tabla y sustituyendo en las correspondientes fórmulas  
 a) [0,5 puntos] covarianza b) [0,5 puntos] valor previsto de y para x=5

X	0	1	2	3	4	5	6	7	9	10
y	0	0	1	1	3	4	5	6	5	6

Xi	Yi	Xi Yi	Xi <sup>2</sup>	Yi <sup>2</sup>
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	1	2	4	1
3	1	3	9	1
4	3	12	16	9
5	4	20	25	16
6	5	30	36	25
7	6	42	49	36
9	5	45	81	25
10	6	60	100	36
47	31	214	321	149

$$\bar{x} = \frac{47}{10} = 4,7 \quad \bar{y} = \frac{31}{10} = 3,1$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{321}{10} - 4,7^2} = \sqrt{10,01} = 3,1639$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{149}{10} - 3,1^2} = \sqrt{5,29} = 2,3$$

$$S_{xy} = \frac{214}{10} - 4,7 \cdot 3,1 = 6,83$$

$$y - 3,1 = \frac{6,83}{10,01} (x - 4,7) = 3,1 - 3,2069 + 0,6823x$$

$$y = 0,6823x - 0,1069$$

$$y(5) = 3,30$$



5. Dada la función  $y = \frac{x^2-1}{x+2}$  calcula: a) [1 punto] Asintotas. b) [1 punto] Extremos.

a)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2-1}{x+2} = \infty$   
 $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2-1}{x+2} = -\infty$  }  $x = -2$   $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{x^2+2x} = 1$   $y = x - 2$

$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{x+2} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1-x^2-2x}{x+2} = -2$

b)  $y' = \frac{2x(x+2) - (x^2-1)}{(x+2)^2} = \frac{2x^2+4x-x^2+1}{(x+2)^2} = \frac{x^2+4x+1}{(x+2)^2}$

$y' = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -2 \pm \sqrt{3}$

$x = -2 + \sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{4+3-4\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}-12}{3} = 2\sqrt{3}-4$  **MÍNIMO**  
 $x = -2 - \sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{4+3+4\sqrt{3}-1}{-\sqrt{3}} = \frac{-6\sqrt{3}-12}{3} = -2\sqrt{3}-4$  **MÁXIMO**

$y'' = \frac{(2x+4)(x+2)^2 - 2(x+2)(x^2+4x+1)}{(x+2)^4} = \frac{2x^2+4x+4x+8-2x^2-8x-2}{(x+2)^3} = \frac{6}{(x+2)^3}$

$y''(-2+\sqrt{3}) = \frac{6}{(\sqrt{3})^3} = \frac{6\sqrt{3}}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{3} > 0 \rightarrow$  **MÍNIMO**  
 $y''(-2-\sqrt{3}) = \frac{6}{-3\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} < 0 \rightarrow$  **MÁXIMO**

6. [1 punto] Opera y simplifica  $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} + \frac{x+1}{x^2+x}$

$= \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} + \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{x(x+1)+x-1}{x(x-1)} = \frac{x^2+2x-1}{x(x-1)}$

7. [1 punto] Resuelve por Gauss, consiguiendo el sistema escalonado

$3x + y - z = -1$   
 $3x - 2y + z = 3$   
 $2x - y + z = 4$

$E_1 \quad 3x + y - z = -1$   
 $E_2 - E_1 \quad -3y + 2z = 4$   
 $3E_3 - 2E_1 \quad -5y + 5z = 14$

$E_1 \quad 3x + y - z = -1$   
 $E_2 \quad -3y + 2z = 4$   
 $3E_3 - 5E_2 \quad 5z = 22$

$z = \frac{22}{5}$   
 $y = \frac{44/5 - 4}{3} = \frac{44 - 20}{15} = \frac{8}{5}$

$x = \frac{-1 + \frac{22}{5} - \frac{24}{5}}{3} = \frac{-15 + 22 - 24}{45} = \frac{-17}{45} = -\frac{17}{45}$

8. [1 punto] Calcula el tiempo necesario para amortizar un préstamo de 100000 euros, al 4% de interés compuesto, mediante mensualidades de 500 euros. Dato:  $A = \frac{C \cdot i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$

$A(1 + \frac{i}{12})^{12t} - A = C \frac{i}{12} (1 + \frac{i}{12})^{12t}$

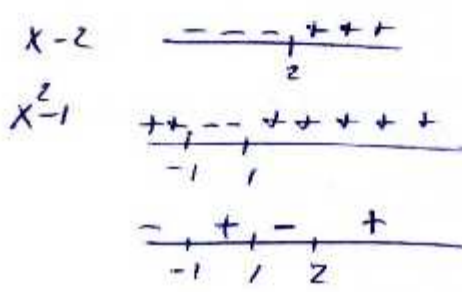
$(1 + \frac{i}{12})^{12t} [A - C \frac{i}{12}] = A$

$(1 + \frac{i}{12})^{12t} = \frac{A}{A - C \frac{i}{12}}$

$12t \log(1 + \frac{i}{12}) = \log \frac{A}{A - C \frac{i}{12}}$

$t = \frac{\log \frac{A}{A - C \frac{i}{12}}}{12 \log(1 + \frac{i}{12})} = \frac{\log \frac{500}{500 - 100000 \cdot \frac{0,04}{12}}}{12 \log(1 + \frac{0,04}{12})} = 27,51$  **AÑOS**

9. [1 punto] Resuelve  $\frac{x-2}{x^2-1} \leq 0$



$[-\infty, -1) \cup (1, 2]$