MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS

EXAMEN FINAL 31-5-2018 (10% de la nota final)

OBSERVACIONES: Desarrolla <u>todo</u>. Ve despacio y repasa.

Empieza después del último enunciado. Cada una vale un punto

ALUMNO: ______________________ CURSO: 1º _____ Nº _____

1. Las notas de un examen siguen una distribución normal N(4 , 3). Calcula la probabilidad de obtener: a) Más de 8 $p(X>8) = p\left(Z > \frac{8-4}{3}\right) = p\left(Z > \frac{4}{3}\right) = p(Z>1{,}33) =$

$= 1 - p(Z<1{,}33) = 1 - 0{,}9082 = 0{,}0918$

b) Entre 4 y 6 $p(4<X<6) = p\left(\frac{4-4}{3} < Z < \frac{6-4}{3}\right) = p(Z<0{,}67) - p(Z<0) =$

$= 0{,}7486 - 0{,}5 = 0{,}2486$

2. Calcula la probabilidad de que al extraer de una baraja con devolución:
   a) 5000 cartas, salgan menos de 1200 oros $p(X<1200) = p(X'<1199{,}5) = p\left(Z<\frac{1199{,}5-1250}{30{,}619}\right) =$

$\mu = np = 5000 \cdot \frac{1}{4} = 1250$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{5000 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{937{,}5} = 30{,}619$

$= p(Z<-1{,}65) = 1 - p(Z<1{,}65) = 1 - 0{,}9505 = 0{,}0495$

   b) b) 8 cartas, salgan 3 figuras

$p(3f) = \binom{8}{3}\left(\frac{3}{10}\right)^3\left(\frac{7}{10}\right)^5 = 0{,}2541$

3. Resuelve $sen(x) - \cos(x) = 0$

$sen^2 x + \cos^2 x = 1$

$sen\,x = \pm\sqrt{1-\cos^2 x}$

$\pm\sqrt{1-\cos^2 x} - \cos x = 0$

$1 - \cos^2 x = \cos^2 x$

$\cos^2 x = \frac{1}{2}$

$\cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = arc\cos\frac{\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} 45° \pm K\cdot 360° \\ 315° \pm K \cdot 360° \end{cases}$

$x = arc\cos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \begin{cases} 135° \pm K\cdot 360° \\ 225° \pm K\cdot 360° \end{cases}$

4. La población en miles de habitantes de una cierta región viene dada por $y = 2x^3 - 150x^2 + 2400x + 10$ donde x son los años transcurridos desde 1900. Calcula:
   a) En qué año fue máximo el nº de habitantes.

$y' = 6x^2 - 300x + 2400$

$x^2 - 50x + 400 = 0$

$x = \frac{50 \pm \sqrt{2500-1600}}{2} = \frac{50 \pm \sqrt{900}}{2} = \frac{50 \pm 30}{2} = \begin{cases} 40 \\ 10 \end{cases}$

$y'' = 12x - 300$ $y''(40) = 480 - 300 > 0 \rightarrow$ Mínimo $y''(10) = 120 - 300 < 0 \rightarrow$ Máximo $\rightarrow$ 10 años

$\boxed{\text{Año 1910}}$

   b) El nº de habitantes de ese año.

$y(10) = 2\cdot 10^3 - 150\cdot 10^2 + 24000 + 10 = 11010 \longrightarrow$ 11.010.000 habitantes.

5. Calcula a partir de la tabla y sustituyendo en las fórmulas:

X	y	xy	x^2	y^2
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	4	4	4
5	3	15	25	9
6	4	24	36	16
5	6	30	25	36
4	5	20	16	25
5	6	30	25	36
5	7	35	25	49
7	6	42	49	36
		201	206	212

a) covarianza

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{40}{10} = 4$ $\quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{40}{10} = 4$ $\quad S_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{206}{10} - 16 = 4,6$

$S_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{N} - \bar{x}\bar{y} = \frac{201}{10} - 4\cdot 4 = 20,1 - 16 = \boxed{4,1}$

b) valor previsto de y para x=5 $\quad y - \bar{y} = \frac{S_{xy}}{S_x^2}(x - \bar{x})$

$y - 4 = \frac{4,1}{4,6}(x-4)$ $\quad y = 0,891x + 0,435$ $\quad \boxed{y(5) = 4,89}$

6. Calcula por extrapolación cuadrática y(-1)

X	0	1	3
y	-3	0	0

$\left.\begin{array}{l} c = -3 \\ a+b+c = 0 \\ 9a+3b+c = 0 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} a+b = 3 \\ 9a+3b = 3 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} a = 3-b \\ 27-9b+3b = 3 \\ 6b = 24 \\ b = 4 \\ a = 3-b = -1 \end{array}$

$y = ax^2+bx+c$

$y = -x^2+4x-3$

$\boxed{y(-1) = -1-4-3 = -8}$

7. Despeja t $\quad A = \frac{B C\cdot(1-D)^T}{(1-D)^{T-1}+1}$

$A(1-D)^{T-1} + A = BC(1-D)^T$

$A(1-D)^T + A(1-D) = BC(1-D)^T(1-D)$

$(1-D)^T\left[A - BC(1-D)\right] = -A(1-D)$

$(1-D)^T = \frac{A(D-1)}{A-BC+BCD}$

$T \log(1-D) = \log \frac{A(D-1)}{A-BC+BCD}$

$T = \frac{\log \frac{A(D-1)}{A-BC+BCD}}{\log(1-D)}$

8. a) Calcula $\lim_{X\to\infty}\left(\sqrt{x^2-x} - \sqrt{x^2+x+1}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-x-x^2-x-1}{\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+x+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x-1}{\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+x+1}} = -1$

b) Deriva $y = \frac{sen(x)}{1-\cos(x)}$ $\quad y' = \frac{\cos x - \cos^2 x - sen^2 x}{(1-\cos x)^2} = \frac{\cos(x)-1}{(1-\cos x)^2} = \frac{1}{\cos(x)-1}$

9. Estudia la monotonía de $y = \frac{x^2-1}{x-2}$ $\quad y' = \frac{2x(x-2) - x^2+1}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-4x-x^2+1}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x+1}{(x-2)^2}$

$y' = 0 \quad x^2-4x+1 = 0$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-4}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$

x^2-4x+1: $+ +$ | $- - -$ | $+ +$ ($2-\sqrt{3}$, $2+\sqrt{3}$)

$(x-2)^2$: $+ + +$ | $+ + +$ ($x = 2$)

y': $+$ | $-$ | $-$ | $+$ ($2-\sqrt{3}$, 2, $2+\sqrt{3}$)

Creciente $(-\infty, 2-\sqrt{3}) \cup (2+\sqrt{3}, \infty)$

Decreciente $(2-\sqrt{3}, 2) \cup (2, 2+\sqrt{3})$

CONTESTA SOLO A 8 DE LAS ANTERIORES PREGUNTAS. NO CONTESTO A LA Nº: ☐