



Colegio
Calasancio

Examen extraordinario

Curso 2017-2018

Calificación:

Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS Etapa: BACH. Curso: 1º B Fecha: 21-6-18

Nombre y apellidos:

Normas e instrucciones. Contesta solo a 10 preguntas. Repasa los ejercicios. Cuida la limpieza.

1. Las notas de un examen siguen una distribución normal $N(4, 3)$. Calcula la probabilidad de

obtener: a) Más de 8 $P(X > 8) = P\left(Z > \frac{8-4}{\sqrt{3}}\right) = P\left(Z > \frac{4}{\sqrt{3}}\right) = P(Z > 1,33) = 1 - P(Z < 1,33) = 1 - 0,9082 = 0,0918$

b) Entre 4 y 6 $P(4 < X < 6) = P\left(\frac{4-4}{\sqrt{3}} < Z < \frac{6-4}{\sqrt{3}}\right) = P(Z < 0,67) - P(Z < 0) = 0,7486 - 0,5 = 0,2486$

2. Calcula la probabilidad de que al extraer de una baraja con devolución:

a) 5000 cartas, salgan menos de 1200 oros $P(X < 1200) = P(X < 1199,5) =$
 $\mu = np = 5000 \cdot \frac{1}{4} = 1250$
 $\sigma = \sqrt{5000 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{937,5} = 30,619$
 $P\left(Z < \frac{1199,5 - 1250}{30,619}\right) = P(Z < -1,65) = 1 - P(Z < 1,65) = 1 - 0,9505 = 0,0495$

b) 8 cartas, salgan 3 figuras
 $P\left(\frac{3}{8}\right) = \binom{8}{3} \left(\frac{3}{10}\right)^3 \left(\frac{7}{10}\right)^5 = 0,2541$

3. Resuelve $\sin(x) - \cos(x) = 0$

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 & \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} - \cos x &= 0 & x = \arcsin \cos \frac{\sqrt{2}}{2} &= \left| 45^\circ \pm k \cdot 360^\circ \right. \\ \sin x &= \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} & 1 - \cos^2 x &= \cos^2 x & & \left. 315^\circ \pm k \cdot 360^\circ \right. \\ \cos^2 x &= \frac{1}{2} & \cos x &= \pm \frac{\sqrt{2}}{2} & x = \arcsin \cos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) &= \left| 135^\circ \pm k \cdot 360^\circ \right. \\ \cos x &= \pm \frac{\sqrt{2}}{2} & & & & \left. 225^\circ \pm k \cdot 360^\circ \right. \end{aligned}$$

4. Calcula a partir de la tabla y sustituyendo en las fórmulas:

X	Y	XY	X ²	Y ²
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	4	4	4
5	3	15	25	9
6	4	24	36	16
5	6	30	25	36
4	5	20	16	25
5	6	30	25	36
5	7	35	25	49
7	6	42	49	36
		201	206	212

a) covarianza $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{40}{10} = 4$ $\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{N} = \frac{40}{10} = 4$ $S_x^2 = \frac{\sum X_i^2}{N} - \bar{X}^2 = \frac{206}{10} - 16 = 4,6$

$S_{xy} = \frac{\sum X_i Y_i}{N} - \bar{X} \bar{Y} = \frac{201}{10} - 4 \cdot 4 = 20,1 - 16 = 4,1$

- b) valor previsto de y para x=5

$y - 4 = \frac{4,1}{4,6} (x - 4)$ $y = 0,891x + 0,435$ $y(5) = 4,89$

5. Despeja t $A = \frac{BC \cdot (1-D)^T}{(1-D)^{T-1} + 1}$

$$A(1-D)^{T-1} + A = BC(1-D)^T$$

$$A(1-D)^T + A(1-D) = BC(1-D)^T(1-D)$$

$$(1-D)^T(A - BC(1-D)) = A(D-1)$$

$$(1-D)^T = \frac{AD - A}{A - BC + BCD}$$

$$T \log(1-D) = \log \frac{AD - A}{A - BC + BCD}$$

$$T = \frac{\log \frac{AD - A}{A - BC + BCD}}{\log(1-D)}$$

6. a) Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + x + 1}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - x^2 - x - 1}{\sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x^2 + x + 1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x - 1}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} = -1$

b) Deriva $y = \frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)}$

$$y' = \frac{\cos(x)(1 - \cos(x)) - \sin^2(x)}{(1 - \cos(x))^2} = \frac{\cos(x) - \cos^2(x) - \sin^2(x)}{(1 - \cos(x))^2}$$

$$= \frac{\cos(x) - 1}{(1 - \cos(x))^2} = \frac{1}{1 - \cos(x)}$$

7. Estudia los extremos de $y = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$

$$y' = \frac{2x(x-2) - x^2 + 1}{(x-2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - x^2 + 1}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 1}{(x-2)^2}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$y(2 + \sqrt{3}) = \frac{6 + 4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3} + 4\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} + 4$$

$$y(2 - \sqrt{3}) = \frac{6 - 4\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = -2\sqrt{3} + 4$$

$$y'' = \frac{(2x-4)(x-2)^2 - 2(x^2-4x+1)(x-2)}{(x-2)^4} = \frac{2x^2 - 8x + 8 - 2x^2 + 8x - 2}{(x-2)^3} = \frac{6}{(x-2)^3}$$

$$y''(2 + \sqrt{3}) > 0 \rightarrow \text{Mínimo}(2 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} + 4) \quad y''(2 - \sqrt{3}) < 0 \rightarrow \text{Máximo}(2 - \sqrt{3}, -2\sqrt{3} + 4)$$

8. Ajusta a una binomial

X_i	f_i	$X_i f_i$	$X_i^2 f_i$	$P(X = X_i)$	
0	3	0	0	$P(X=0) = \binom{3}{0} 0,4667^0 \cdot 0,5333^3 = 0,1517 \rightarrow 3,0$	3
1	8	8	8	$P(X=1) = \binom{3}{1} 0,4667^1 \cdot 0,5333^2 = 0,3482 \rightarrow 8$	8
2	7	14	28	$P(X=2) = \binom{3}{2} 0,4667^2 \cdot 0,5333^1 = 0,3485 \rightarrow 6,97$	7
3	2	6	18	$P(X=3) = \binom{3}{3} 0,4667^3 \cdot 0,5333^0 = 0,10 \rightarrow 2,07$	2

$$20 \quad 28 \quad 54$$

$$20$$

$$p = \frac{28}{20} = 1,4 = 3p \quad p = \frac{1,4}{3} = 0,4667$$

9. Resuelve $2+x = \frac{x+2}{x-1}$

$$\frac{(2+x)(x-1)}{x-1} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$x \neq 1 \quad 2x - 2 + x^2 - x = x + 2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$$\boxed{\begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{matrix}}$$

10. Calcula el % de interés compuesto, con capitalización mensual, que produce el mismo capital final en 20 años que un 4% de interés simple.

$$I \left(1 + \frac{4\%}{100 \cdot 12}\right)^{20 \cdot 12} = I + I \cdot \frac{4}{100} \cdot 20$$

$$\left(1 + \frac{\%}{1200}\right)^{240} = 1,8$$

$$240 \log \left(1 + \frac{\%}{1200}\right) = \log 1,8$$

$$\log \left(1 + \frac{\%}{1200}\right) = \frac{\log 1,8}{240}$$

$$1 + \frac{\%}{1200} = 10^{\frac{\log 1,8}{240}}$$

$$\frac{\%}{1200} = 10^{\frac{\log 1,8}{240}} - 1$$

$$\% = 1200 \cdot 10^{\frac{\log 1,8}{240}} - 1200 =$$

$$= \boxed{2,94\%}$$

11. Resuelve $\log 2 + \log(x-3) = \log \sqrt{2x}$

$$\log 2(x-3) = \log \sqrt{2x}$$

$$2x - 6 = \sqrt{2x}$$

$$4x^2 - 24x + 36 = 2x$$

$$4x^2 - 26x + 36 = 0$$

$$2x^2 - 13x + 18 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{4} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{4} =$$

$$= \frac{13 \pm 5}{4} = \left\{ \begin{matrix} \frac{9}{2} \\ 2 \end{matrix} \right\} \text{ No valen}$$

Comp. $x = 2$ No

NO CONTESTO A LA PREGUNTA N°: